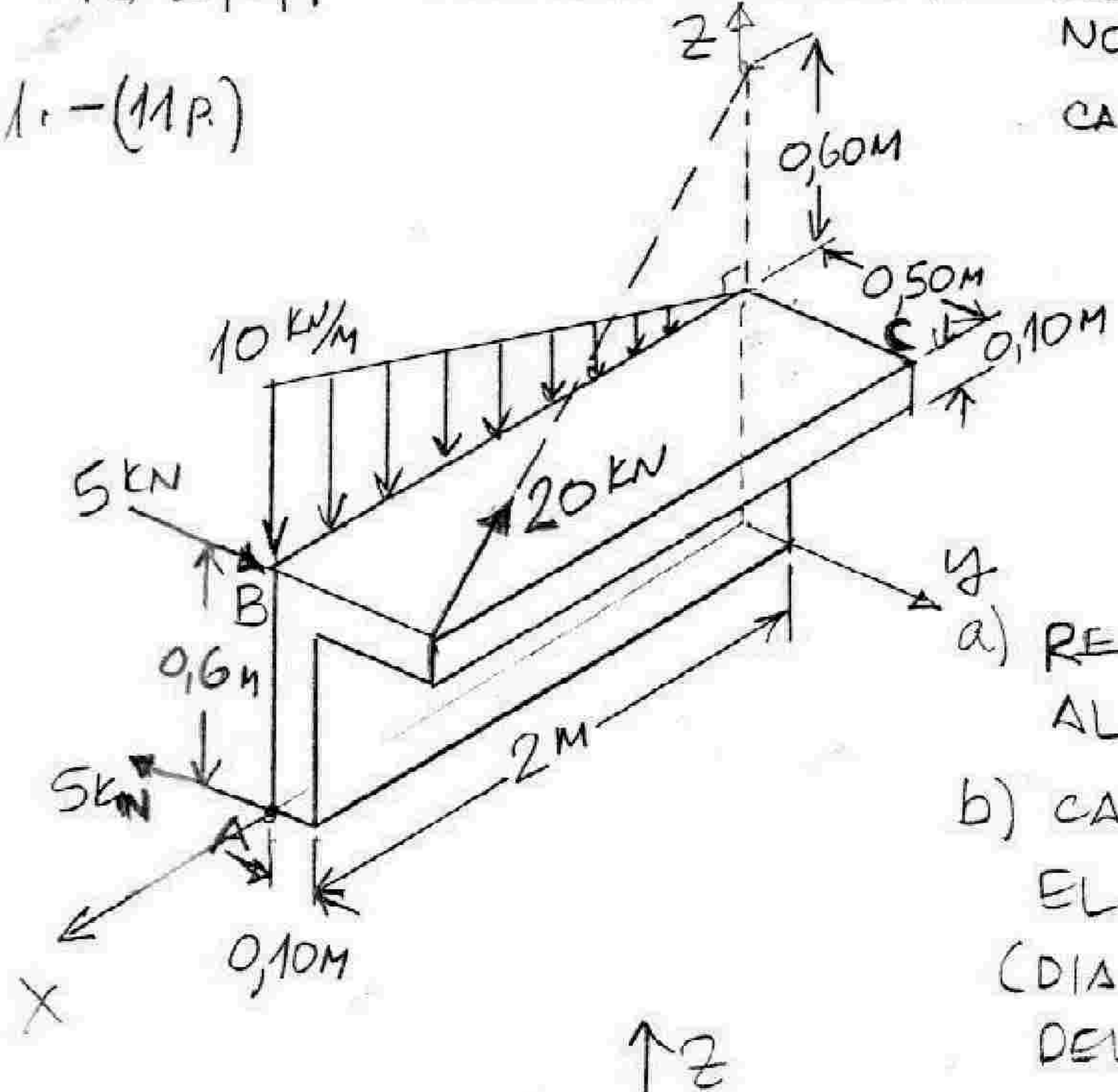
1.-(11p.)



NOMBRE ____________________

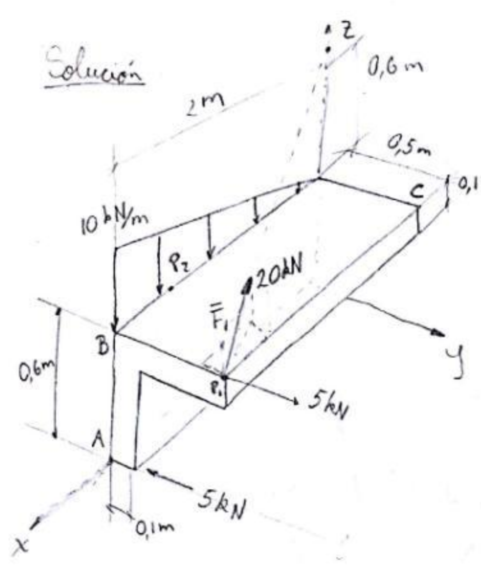
CARNET Nº ______________

EL SÓLIDO PRISMÁTICO HOMOGÉNEO MOSTRADO PESA 30 KN Y ESTÁ SOMETIDO ADEMÁS A LAS FUERZAS Y PAREJA MOSTRADAS.

a) REDUCIR DICHO SISTEMA DE FUERZAS AL PUNTO A.

b) CALCULAR EL MOMENTO DE TODO EL SISTEMA RESPECTO AL EJE BC (DIAGONAL DE LA CARA SUPERIOR DEL SÓLIDO)

Solución



Peso 30 kN

a) Reducir el sistema de fuerzas al pto **A** 3

b) Calcular el momento de todo el sistema respecto al eje BC 3

Solución:

$\overline{M}_1 = 5 \times 0{,}6 \text{ kN.m}(-\hat{\imath}) = -3 \text{ kN.m } \hat{\imath}$ (vector libre) 0,5

$$\overline{F}_1 = 20 \cdot \frac{(-0{,}5\hat{\jmath} - 2\hat{\imath} + 0{,}6\hat{k})}{\sqrt{0{,}5^2 + 4 + 0{,}6^2}} \Rightarrow \overrightarrow{F_1} = (-18{,}63\,\hat{\imath} - 4{,}657\,\hat{\jmath} + 5{,}589\,\hat{k})\text{ kN}$$ 0,5

$\hookrightarrow$ aplicada en $P_1 = (2\,\hat{\imath} + 0{,}5\,\hat{\jmath} + 0{,}6\,\hat{k})$ m

Para la fuerza distribuida

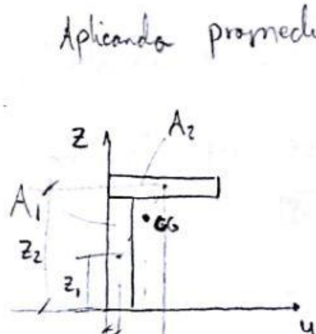
$\Rightarrow \overrightarrow{F_2} = -10 \text{ kN } \hat{k}$ aplicada en $P_2 = \left(\frac{4}{3}\hat{\imath} + 0{,}6\,\hat{k}\right)$ m 1

Para el peso, debemos ubicar el centro de gravedad

$\overrightarrow{\text{Peso}} = \overrightarrow{F_3} = -30 \text{ kN } \hat{k}$ aplicado en $P_3 = (1\,\hat{\imath} + 0{,}15\,\hat{\jmath} + 0{,}4\,\hat{k})$ m 2

Aplicando promedio ponderado para el cálculo del centro de gravedad:

$\boxed{X_{CG} = 1m}$



$$Y_{CG} = \frac{A_1 . Y_1 + A_2 . Y_2}{A_1 + A_2} = \frac{\cancel{(0{,}5 \times 0{,}1)} \times 0{,}05 + \cancel{(0{,}5 \times 0{,}1)} \times 0{,}25}{2\cancel{(0{,}5 \times 0{,}1)}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Y_{CG} = 0{,}15 \text{ m}}$$

$$Z_{CG} = \frac{A_1 . Z_1 + A_2 . Z_2}{A_1 + A_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{2} = \frac{0{,}25 + 0{,}55}{2} \Rightarrow \boxed{Z_{CG} = 0{,}4m}$$

$$\overline{M_{R_A}} = \sum \overline{AP_i} \times \overline{F_i} + \sum M_j = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}6 \\ -18{,}63 & -4{,}657 & 5{,}589 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 4/3 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & -10 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1 & 0{,}15 & 0{,}4 \\ 0 & 0 & -30 \end{vmatrix} - 3\,\hat{\imath}$$ 1

1

$$\Rightarrow \boxed{\overline{M_{R_A}} = (-1{,}91\,\hat{i} - 47{,}8\,\hat{j} + 9{,}32\,\hat{k})\,N.m}$$ (1)

$$\overrightarrow{F_R} = (-18{,}63\,\hat{i} - 4{,}657\,\hat{j} + 5{,}589\,\hat{k}) - 10\,\hat{k} - 30\,\hat{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{F_R} = (-18{,}63\,\hat{i} - 4{,}66\,\hat{j} - 34{,}4\,\hat{k})\,N}$$ (2)

Para verificar el momento:

$$\overrightarrow{M_{R_A}} = (4{,}657 \times 0{,}6 + 5{,}589 \times 0{,}5)\,\hat{i} + (-18{,}63 \times 0{,}6)\,\hat{j} + (18{,}63 \times 0{,}5)\,\hat{k}$$

$$- 10 \times 0{,}666\,\hat{j} - 30 \times 0{,}15\,\hat{i} - 30 \times 1\,\hat{j} - 3\,\hat{i}$$

$$\Rightarrow \overline{M_{R_A}} = (-1{,}91\,\hat{i} - 47{,}8\,\hat{j} + 9{,}32\,\hat{k})\,N.m \quad ok!$$

$$\overline{M_{R_B}} = \overline{M_{R_A}} + \overline{BA} \times \overline{F_R} = \overline{M_{R_A}} + \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & -0{,}6 \\ -18{,}63 & -4{,}66 & -34{,}4 \end{vmatrix} \Rightarrow \boxed{\overline{M_{R_B}} = (-4{,}71\,\hat{i} - 36{,}7\,\hat{j} + 9{,}32\,\hat{k})\,Nm}$$ (1)

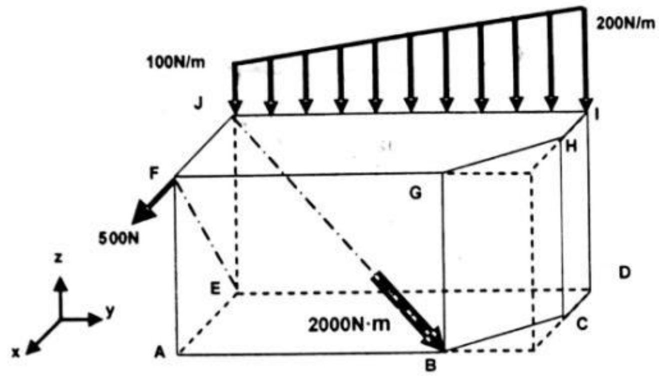
$$\Rightarrow \overline{M_{eje_{BC}}} = (\overline{M_{R_B}} \cdot \widehat{e_{eje_{BC}}})\,\hat{e}_{eje_{BC}} \Rightarrow \overline{M_{eje_{BC}}} = -4{,}33 \cdot (-0{,}97\,\hat{i} + 0{,}243\,\hat{j})\,N.m$$ (1)

$$\hat{e}_{BC} = \frac{\overline{BC}}{|\overline{BC}|} = \frac{(-2\,\hat{i} + 0{,}5\,\hat{j})}{\sqrt{4 + 0{,}25}} = -0{,}970\,\hat{i} + 0{,}243\,\hat{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{M_{eje\,BC}} = (4{,}2\,\hat{i} + 1{,}05\,\hat{j})\,N.m} \qquad |\overline{M_{eje\,BC}}| = -4{,}33\ N.m$$ (1)

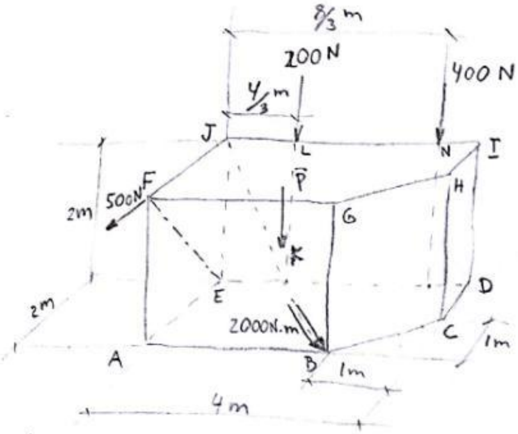
PROBLEMA

El sólido de la figura es el resultado de **restar** un prisma recto de base **triangular** (triángulo rectángulo con ambos catetos de **1m** de long.) y **2m** de altura, a un **paralelepípedo** de **2m x 4m** de base y **2m** de altura. El **peso específico** del material del sólido es **γ=100N/m^3**. Sobre el sólido están aplicadas las siguientes cargas: Una fuerza en dirección del **eje X** en el punto **F**, una fuerza distribuida en dirección del **eje Z** en la arista **IJ** y un momento que apunta del punto **J** al punto **B**.



Se pide:

- Reducir el sistema al punto **A**.
- Calcular el momento de las cargas aplicadas respecto al eje **EF**.



$\gamma = 100 \, N/m^3$

a) Reducir el sistema al punto A

b) $\vec{M}'_{eje\,EF} = ?$

Sol. $\vec{M}_B: 2000 \cdot \frac{\overline{JB}}{|\overline{JB}|} = 2000 \cdot \frac{(2\hat{\imath} + 3\hat{\jmath} - 2\hat{k})}{\sqrt{4+9+4}} = (970{,}1\,\hat{\imath} + 1455\,\hat{\jmath} - 970{,}1\,\hat{k})\,N.m$ 1

$\vec{P} = \left[(4 \times 2 \times 2) - \frac{(1 \cdot 1)}{2} \cdot 2\right] \times 100\ N = 1500N$ 1

$\bar{X}_{\square} \cdot V_{\square} = \bar{X}_{\square} \cdot V_{\square} + X_{\triangle} \cdot V_{\triangle} \Rightarrow \bar{X}_{\square} = \frac{1 \times 16 - (2 - 1/3) \cdot 1}{15} = 0{,}9556\ m$ 1

$\bar{Y}_{\square} = \frac{2 \times 16 - (4 - 1/3) \cdot 1}{15} = 1{,}289\,m$ 1

$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i = 500\,\hat{\imath} - 200\,\hat{k} - 400\,\hat{k} - 1500\,\hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_R = (500\,\hat{\imath} - 2100\,\hat{k})\,N}$ 1

$\vec{M}_{R_A} = \sum_i \overline{AA_i} \times \vec{F}_i + \sum \vec{M}_j = \boxed{(-3197\,\hat{\imath} - 311{,}5\,\hat{\jmath} - 970{,}1\,\hat{k})\,N.m = \vec{M}_{R_A}}$

$\vec{M}_{\hat{e}_{EF}} = (\vec{M}_{R_E} \cdot \hat{e}_{EF})\,\hat{e}_{EF}$

$\hat{e}_{EF} = \frac{\overline{EF}}{|\overline{EF}|} = \frac{\bar{F} - \bar{E}}{|\bar{F} - \bar{E}|} = 0{,}7071\,\hat{\imath} + 0{,}7071\,\hat{k}$ 0,5

$\vec{M}_{RE} = \vec{M}_{R_A} + \overline{EA} \times \vec{F}_R = -3197\,\hat{\imath} + 3889\,\hat{\jmath} - 970{,}1\,\hat{k}$ 0,5

$\Rightarrow |\vec{M}_{e_{EF}}| = 2946\ N.m \Rightarrow \boxed{\vec{M}_{e_{EF}} = (-2083\,\hat{\imath} - 2083\,\hat{k})\,N.m}$ 1

$$\vec{M}_{R_A} = \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 2 \\ 500 & 0 & 0 \end{vmatrix}}_{1000\,\hat{\jmath}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -2 & 1{,}333 & 0 \\ 0 & 0 & -200 \end{vmatrix}}_{-266{,}7\,\hat{\imath} - 400\,\hat{\jmath}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -2 & 2{,}667 & 0 \\ 0 & 0 & -400 \end{vmatrix}}_{-1{,}067\,\hat{\imath} - 800\,\hat{\jmath}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ -1{,}044 & 1{,}889 & 0 \\ 0 & 0 & -1500 \end{vmatrix}}_{-2833\,\hat{\imath} - 1567\,\hat{\jmath}} + \vec{M}_B$$

1

1

1

$$\vec{M}_{R_E} = \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 0 & 2 \\ 500 & 0 & 0 \end{vmatrix}}_{1000\,\hat{j}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1{,}333 & 0 \\ 0 & 0 & -200 \end{vmatrix}}_{-266{,}7\,\hat{i}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 2{,}667 & 0 \\ 0 & 0 & -400 \end{vmatrix}}_{-1067\,\hat{i}} + \underbrace{\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0{,}9556 & 1{,}889 & 0 \\ 0 & 0 & -1500 \end{vmatrix}}_{-2833\,\hat{i} + 1433\,\hat{j}} + \vec{M}_B$$